

**Załącznik do PZO - określenie wymagań edukacyjnych**  
**Klasa IV - zakres podstawowy i rozszerzony- liceum czteroletnie**

Wyróżnione zostały następujące wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające poza program nauczania (W).

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	–	wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	–	wymagania na poziomie (K) i (P)
ocena dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

**UWAGA DO POSTAWIONYCH WYMAGAŃ PROGRAMOWYCH**

Podział na działy i ich rozmieszczenie w ciągu czterech lat nauki został przeprowadzony na podstawie realizowanego podręcznika wydawnictwa Nowa Era. Teoretycznie podczas jednego roku szkolnego realizuje się materiał zamieszczony w określonym podręczniku, ale ze względu na różną ilość godzin matematyki w poszczególnych oddziałach, specyfikę profilu oraz czynniki zewnętrzne (np. pandemia) realizuje się treści zamieszczone w podręczniku do klasy niższej. Tak więc analizując wymagania proszę zwrócić uwagę, w której części (klasie) są umieszczone.

**1. RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wypisuje wszystkie możliwe wyniki danego doświadczenia
• stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w typowych sytuacjach
• przedstawia drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia – w prostych sytuacjach
• wypisuje wszystkie możliwe permutacje danego zbioru
• wykonuje obliczenia, stosując definicję silni
• oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w prostych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w prostych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w prostych sytuacjach
• oblicza wartość symbolu Newtona

• oblicza liczbę kombinacji –w prostych sytuacjach
• stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników spełniających dany warunek – w prostych sytuacjach
• wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań o niewielkim stopniu trudności
• określa przestrzeń (zbiór) zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia
• wypisuje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu
• określa zdarzenia: przeciwne, niemożliwe, pewne i wykluczające się
• wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych – w prostych sytuacjach
• stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w typowych sytuacjach
• podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutu kostką
• oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego
• stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w prostych sytuacjach
• oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w prostych sytuacjach
• sprawdza, czy są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym – w prostych sytuacjach
• oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w prostych sytuacjach
• stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa przyczyny – w prostych przypadkach
• ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa
• oblicza prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie Bernoulliego
• stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania $k$ sukcesów w $n$ próbach – w prostych przypadkach
• podaje rozkład zmiennej losowej i przedstawia go za pomocą tabeli – w prostych przypadkach
• oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – w prostych przypadkach
• rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę kombinacji – w złożonych sytuacjach
• stosuje własności trójkąta Pascala
• wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci $(a + b)^n$ i wyznaczenia współczynników wielomianów
• uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona
• stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w złożonych sytuacjach
• stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w złożonych sytuacjach
• stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń
• stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń
• oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w złożonych sytuacjach
• oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w złożonych sytuacjach
• ilustruje doświadczenia wieloetapowe za pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń
• stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa zdarzenia

<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania <math>k</math> sukcesów w <math>n</math> próbach – w złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania co najmniej <math>k</math> sukcesów w <math>n</math> próbach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje rozkład zmiennej losowej – w złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – w trudnych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa – w złożonych sytuacjach</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące własności prawdopodobieństwa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadnia wzór Bayesa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń</li> </ul>

## 2. GRANIASTOSŁUPY I OSTROSŁUPY

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi wielościanu; sprawdza, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje elementy charakterystyczne wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pole powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa i ostrosłupa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej fragmentu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza objętość graniastosłupa prostego i ostrosłupa prawidłowego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta między prostą a płaszczyzną</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych w prostopadłościanach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu – w typowych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• na rysunku prostopadłościanu (sześciannu) i ostrosłupa prawidłowego zaznacza ich przekroje – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pole danego przekroju graniastosłupa lub ostrosłupa prawidłowego – w prostych sytuacjach</li> </ul>

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje i przekształca wzory na pola powierzchni i objętości wielościanów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości wielościanu – w złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu oraz między ścianą wielościanu a jego przekrojem (również z wykorzystaniem trygonometrii)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną (również z wykorzystaniem trygonometrii)</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pola przekrojów prostopadłościanu i ostrosłupa prawidłowego (również z wykorzystaniem trygonometrii)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia o trzech prostych prostopadłych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pola przekrojów prostopadłościanu lub ostrosłupa prawidłowego (również z wykorzystaniem trygonometrii) – w złożonych sytuacjach</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące graniastosłupów i ostrosłupów oraz ich przekrojów (również z wykorzystaniem trygonometrii)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach</li> </ul>

### 3. BRYŁY OBROTOWE

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje elementy charakterystyczne bryły obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zaznacza przekrój osiowy walca i stożka oraz przekroje kuli</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pole powierzchni i objętość bryły obrotowej – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca i stożka – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych – w prostych przypadkach</li> </ul>

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w walec i opisanych na walcu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w stożek i opisanych na stożku</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rysuje odpowiednie przekroje i rozwiązuje zadania dotyczące brył obrotowych i wielościanów wpisanych w inne wielościany</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje podobieństwo brył i skalę podobieństwa podczas rozwiązywania zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• opisuje funkcją jednej zmiennej pole powierzchni lub objętość bryły i określa jej dziedzinę oraz wyznacza jej największą albo najmniejszą wartość (zadania optymalizacyjne)</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące brył obrotowych (również z wykorzystaniem trygonometrii)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w bryłach obrotowych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyprowadza wzory na objętość i pole powierzchni bocznej stożka ściętego</li> </ul>

#### 4. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• przeprowadza proste dowody dotyczące własności liczb całkowitych
• przeprowadza proste dowody, stosując metodę równoważnego przekształcania tezy
• przeprowadza proste dowody dotyczące własności figur płaskich

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności liczb całkowitych
• przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące nierówności, wykorzystując zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną
• stosuje metodę równoważnego przekształcenia tezy – w trudnych sytuacjach
• przeprowadza trudne dowody dotyczące własności figur płaskich

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

• przeprowadza dowód nie wprost (np. dotyczący liczb pierwszych)
--

#### 5. POWTÓRZENIE

Wymagania dotyczące powtarzanych wiadomości zostały opisane w propozycjach przedmiotowego systemu oceniania dla klas pierwszej, drugiej i trzeciej. Z kolei te z zakresu rachunku prawdopodobieństwa i stereometrii są opisane powyżej.